1.8.3 Absolutní hodnota

Předpoklady: 010802

Př. 1: Vyřeš šipkové rovnice. Přepiš je do čísel a vyřeš je číselně.
a) |→→→|←| = |→| | b) | |→→| = |→|←←←|

a)
|→→→|←| = |→| → |
$3-1=1+x$
$x=1$

b)
|←←←←|→→| = |→|←←←|
$x+2=1-3$
$x=-4$

Př. 2: Rovnice vyřeš, poté zapiš pomocí šipkových rovnic. Vyřeš je v šipkovém tvaru a výsledek ověř krokováním.
a) $x-2=3-1$ b) $1+x+3=4-2$ c) $2+x-3=-1$ d) $4-x=2$

a) $x-2=3-1$
$x=4$

| |←←| = |→→→|←|
|→→→→|←←| = |→→→|←|

b) $1+x+3=4-2$
$x=-2$

|→| |→→→| = |→→→→|←←|
|→|←←|→→→| = |→→→→|←←|

c) $2+x-3=-1$
$x=0$

|→→| |←←←| = |←|
|→→| 0 |←←←| = |←|

d) $4-x=2$
$x=2$

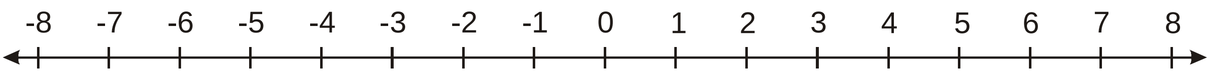
Pedagogická poznámka: Problém je v bodě b), kde část žáků odmítá přijmout výsledek $x=-2$, protože by pak museli psát $1+(-2)+3=4-2$. Zde je dobré řešení v šipkovém tvaru, kde žáci výsledek |←←| získají zcela přirozeně. V ideálním případě se rozvine diskuse o tom, jaký je význam zápisu $+(-2)$ (přibyl dluh 2 Kč) a zda je to rozdíl od utracení 2 Kč, či zda záleží na tom, na kterém místě rovnice, které pole je (v rovnici $x+1+3=4-2$ by výsledek $x=-2$ nikoho nepřekvapil). V ideálním případě dojdeme k tomu, že by se všechny rovnice daly přepisovat následujícím způsobem $+(+2)+x+(-3)=+(-1)$, kde čísla uvnitř závorek znamenají směr kroků a + mezi nimi skutečnost, že je přidáváme k sobě.
Další problém je pak v bodě d), který nejde převést do šipek (s tím nic neděláme a necháme to na později).

Př. 3: Popiš jednotlivá pole krokovacího pásku. Popisuj jednoznačně (žádná dvě pole nesmí být označena stejným číslem) tak, aby čísla vyjadřovala číselné výsledky šipkových rovnic.

Prostřední políčko je označeno číslem 0, směrem doprava píšeme kladná čísla, na druhou stranu čísla se znaménkem mínus.

-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

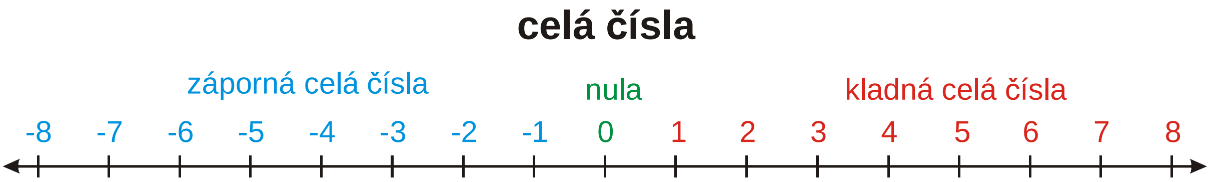
Př. 4: Nakresli do sešitu číselnou osu se všemi čísly vyplněnými na krokovacím pásku.



Čísla napravo od nuly označujeme jako **kladná celá čísla**:
- celá: označují počty celých věcí, předmětů, lidí, ...
- kladná: označují počty toho, co máme,
- správně by se měla psát $+3, +100, \ldots$ znaménko $+$ vynecháváme (stejně jako tečku pro násobení) s tím, že pokud není zapsáno, přepokládáme, že tam je.

Čísla nalevo od nuly označujeme jako **záporná celá čísla**:
- celá: označují počty celých věcí, předmětů, lidí, ...
- záporná: označují počty toho, co nám chybí (dluhy), toho co menší než nula,
- před číslo zapisujeme znaménko $-$ (zapsat ho musíme, protože pokud znaménko uvedeno není, přepokládáme, že jde o znaménko +).

Záporná celá čísla, nulu a kladná celá čísla dohromady označujeme jako celá čísla (a značíme je písmenkem *Z*).



Číselná osa se přidáním záporných čísel změnila z polopřímky na přímku.

Př. 5: Prostuduj číselnou osu a hledej, co mají kromě číslice společného čísla 3 a –3 (nebo čísla -5 a 5, -10 a 10, ...).

Čísla 3 a –3 jsou stejně vzdálená od čísla 0.
Stejně tak jsou od 0 stejně vzdálená čísla -5 a 5 nebo -10 a 10.

Protože vzdálenost od čísla 0 (od počátku) se používá velmi často, má speciální označení - říká se jí **absolutní hodnota čísla**.

Absolutní hodnota z čísla *a* je vzdálenost od jeho obrazu na číselné ose od obrazu čísla 0, značíme ji $|a|$. Konkrétně píšeme například $|3| = |-3| = 3$.

Př. 6: Urči.

a) $|7|$ b) $|-2|$ c) $|-14|$ d) $|233|$ e) $|2+7|$ f) $|4-9|$

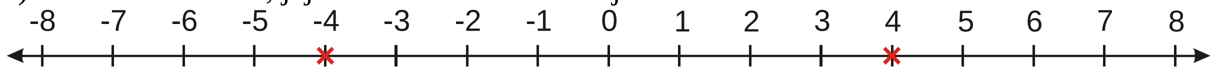
a) $|7| = 7$ b) $|-2| = 2$ c) $|-14| = 14$

d) $|233| = 233$ e) $|2+7| = |9| = 9$ f) $|4-9| = |-5| = 5$

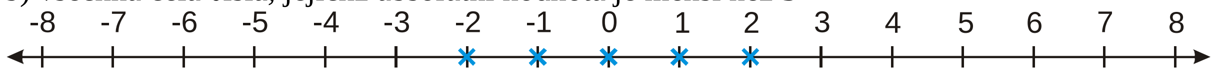
Pedagogická poznámka: Kromě žáků, kteří nedávali při vysvětlování významu absolutní hodnoty (zejména významu svislých závorek) pozor, se vyskytují problémy s body e) a f), kde se žáci ptají, zda mají absolutní hodnotu rozdělit nebo nejdřív spočítat hodnotu výrazu. Já se jich ptám, co je uvnitř a zda ví, kolik je 2+7.

Př. 7: Nakresli číselnou osu s čísly od -8 do 8. Na osu vyznač:
a) všechna celá čísla, jejichž absolutní hodnota je 4,
b) všechna celá čísla, jejichž absolutní hodnota je menší než 3,
c) všechna celá čísla, jejichž absolutní hodnota je větší nebo rovna 6.
Co mají všechny obrázky společného?

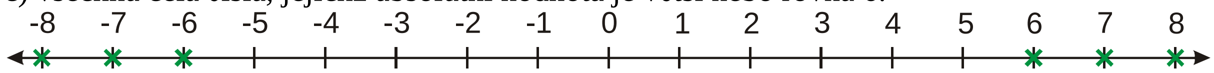
a) všechna celá čísla, jejichž absolutní hodnota je 4



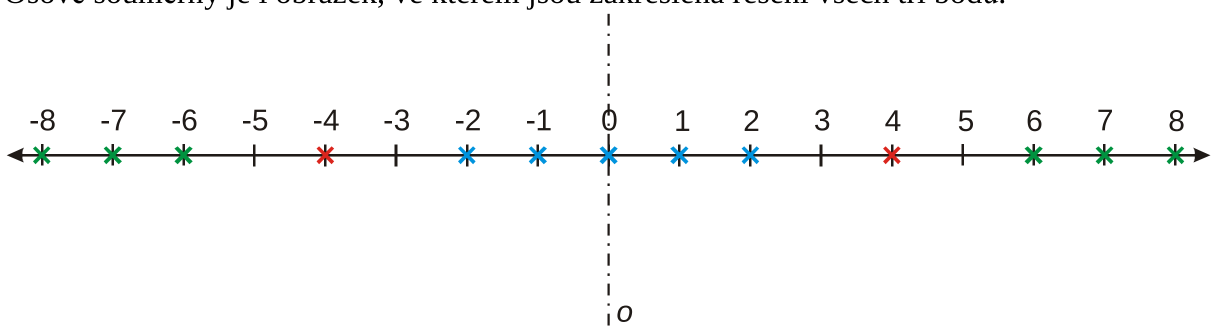
b) všechna celá čísla, jejichž absolutní hodnota je menší než 3



c) všechna celá čísla, jejichž absolutní hodnota je větší nebo rovna 6.



Všechny obrázky jsou (pokud nebereme v úvahu znaménka mínus před čísly) osově souměrné podle osy, která prochází číslem 0 a je kolmá na číselnou osu.
Osově souměrný je i obrázek, ve kterém jsou zakreslena řešení všech tří bodů.



Pedagogická poznámka: V hodině kreslí většina žáků všechny body na jednu osu různými barvami. Je to rychlejší a zajímavější, protože osově souměrný není jen obrázek každé barvy, ale i celkový obrázek ze všech tří bodů.

Pedagogická poznámka: Podíl žáků, kteří si souměrnosti všimnou, je značný. Souměrnost by se dala interpretovat také jako středová (vzhledem ke komplexním číslům by tato interpretace byla více na místě), bohužel středovou souměrnost žáci ještě neznají.

Př. 8: Existuje celé číslo, které má nejmenší absolutní hodnotu? Existuje celé číslo, které má absolutní hodnotu největší?

Nejmenší absolutní hodnotu má číslo 0, protože platí $|0| = 0$ (nula je od nuly vzdálená o nula).
Číslo s největší absolutní hodnoto neexistuje, protože neexistuje největší číslo (za každými číslem je ještě další číslo o jedna větší).

Př. 9: Sestav slovní postup, jak vypočítat absolutní hodnotu z libovolného celého čísla.

Absolutní hodnota z kladného čísla je číslo samotné, absolutní hodnotou záporného čísla je čísla bez znaménka mínus.

Absolutní hodnotu z celého čísla získáme tak, že vypustíme jeho znaménko.

Pedagogická poznámka: Při kontrole necháme zaznít několik názorů, z nich nejdříve označíme ty nesprávné, pak hledáme nejlepší ze zbývajících. Určitě získáte obě napsaná znění, první je přípravou na středoškolské odstraňování absolutní hodnoty s neznámou, druhé je bližší tomu, jak situaci vnímají žáci na základní škole.

Shrnutí: Absolutní hodnota čísla je jeho vzdálenost od nuly.